

# Globális helymeghatározó rendszerek

Plósz Sándor<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Távközlési és Médiainformatikai Tanszék

2015

# Bevezetés

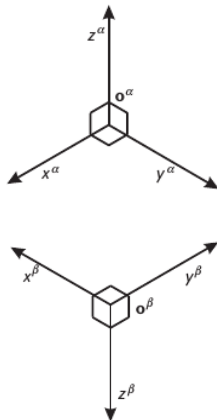
## GNSS

- ▶ GNSS = Global Navigation Satellite System (Globális műholdas helymeghatározó rendszer)
- ▶ Egy általános megjelölés, nem csak a GPS (csak egy megvalósítás)
- ▶ Koordináta rendszerek
- ▶ Műholdak pályája, pozíció leírása
- ▶ Pozíció meghatározása
- ▶ GNSS rendszerek

# Koordináta rendszerek

## Alapok

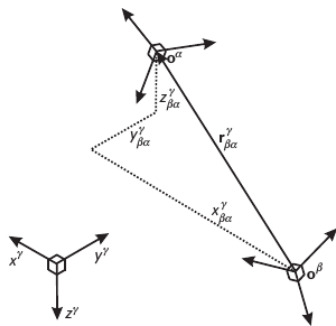
- ▶ Egy objektum helyzetének és mozgásának leírásához szükséges egy lokális koordináta rendszer hozzárendelése
- ▶ A helyzet és mozgás leírása 3 koordináta rendszer közt értelmezhető (lásd köv. dia)
- ▶ Egy koordináta rendszert definiál:
  - ▶ Rögzített pont (referencia)
  - ▶ Tengelyek
- ▶ Egy ortogonális koordináta rendszernek 6 szabadsági foka van



# Koordináta rendszerek

## Értelmezés

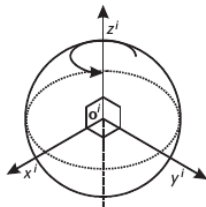
- ▶ Aminek a mozgását leírjuk: objektum koordináta rendszer ( $\alpha$ )
- ▶ Amihez képest ezt a mozgást értelmezzük: referencia koordináta rendszer ( $\beta$ )
- ▶ Amiben a mozgást kifejezzük ( $\gamma$ )
- ▶  $\alpha$  és  $\beta$  különböző, különben nincs mozgás
- ▶  $\gamma$  lehet  $\alpha$ ,  $\beta$  vagy egy tetszőleges koordináta rendszer
- ▶ Fizikai mennyiség helyes jelölése:  $x_{\beta\alpha}^{\gamma}$



# Koordináta rendszerek

## Földközpontú Inerciális (Earth-Centered Inertial, ECI)

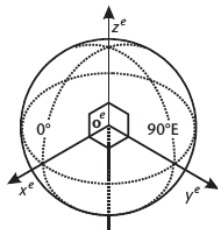
- ▶ Inerciális=gyorsulásmentes (közelítőleg)
- ▶ Közepontja a föld geometriai közepontja
- ▶ A z tengely a valódi északi sark felé mutat
- ▶ Az x tengely def. szerint a földet a nappal összekötő tengely a tavaszi napéjegyenlőség idején (É.félteke)
- ▶ Az y tengely forgás szerint az x tengely előtt  $90^\circ$ -al
- ▶ Nem definiál egyértelműen egy koordináta rendszert (pl. föld forgástengelyének változása)
- ▶ A hagyományos inerciális referencia rendszer (conventional inertial reference system, CIRS) alapját képezi



# Koordináta rendszerek

## Földközponatú földhöz rögzített (Earth-centered Earth-fixed, ECEF)

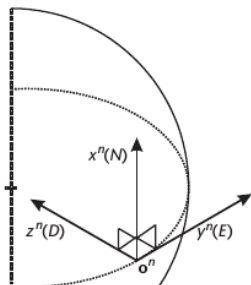
- ▶ Közepontja a föld geometriai közepontja
- ▶ A z tengely a valódi északi sark felé mutat
- ▶ Az x tengely a közepontból az egyenlítő és a referencia meridián metszéspontja felé mutat (0. hosszúsági fok, Greenwich)
- ▶ Az y tengely az egyenlítő és a keleti 90°-os hosszúsági kör metszéspontja felé mutat
- ▶ A hagyományos földi referencia rendszer (conventional terrestrial reference system, CTRS) alapját képezi



# Koordináta rendszerek

## Lokális

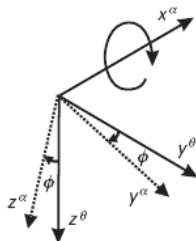
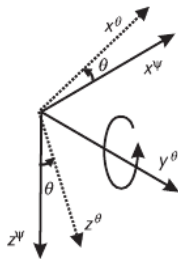
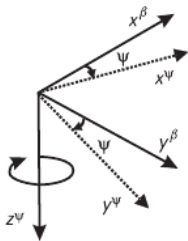
- ▶ A föld felületén egy pont helyzetét (helymeghatározás megoldását) ebben a koordináta rendszerben fejezzük ki
- ▶ A  $z$  tengely a földet modellező elipszoid felület normálvektora ( a föld középpontja felé mutat)
- ▶ Az  $x$  tengely a felületre merőlegesen az északi sark felé mutat
- ▶ Az  $y$  tengely a felületre merőlegesen kelet felé mutat
- ▶ Hátránya, hogy a sarkpontokon az  $x$  és  $y$  tengelyek nem értelmezhetők



# Koordináta rendszerek

## Transzformáció

- ▶ Helymeghatározás megoldása során többféle koordináta rendszerben dolgozunk
- ▶ Ezek közt létezik átjárás (transzformáció)
- ▶ Legegyszerűbb: Euler-transzformáció (3 tengely körüli szekvenciális forgatás)





# Koordináta rendszerek

## Transzformáció 2.

- ▶ Tengely körüli forgatás leírható mátrixal való szorzásként
- ▶ Euler-transzformáció: 3 mátrix szorzata

$$C_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_{\beta\alpha} & -\sin \phi_{\beta\alpha} \\ 0 & \sin \phi_{\beta\alpha} & \cos \phi_{\beta\alpha} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos \theta_{\beta\alpha} & 0 & \sin \theta_{\beta\alpha} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{\beta\alpha} & 0 & \cos \theta_{\beta\alpha} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos \psi_{\beta\alpha} & -\sin \psi_{\beta\alpha} & 0 \\ \sin \psi_{\beta\alpha} & \cos \psi_{\beta\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Koordináta rendszerek

## Transzformáció 3.

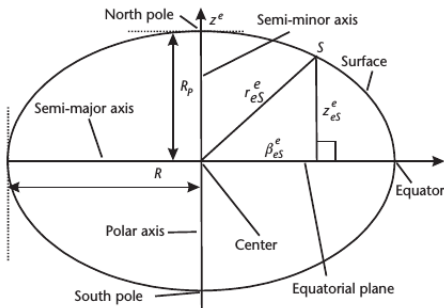
- ▶ ECI-ECEF pozíció átváltás: szorzás  $C_i^e$  mátrixsal
- ▶ ECEF-ECI pozíció átváltás: szorzás  $C_e^i$  mátrixsal
- ▶ Tegyük fel, hogy a két koordináta rendszer x és y tengelyei  $t_0$  időpontban egybeestek (z mindig egybeesik)

$$C_i^e = \begin{pmatrix} \cos \omega(t - t_0) & \sin \omega(t - t_0) & 0 \\ -\sin \omega(t - t_0) & \cos \omega(t - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$C_e^i = \begin{pmatrix} \cos \omega(t - t_0) & -\sin \omega(t - t_0) & 0 \\ \sin \omega(t - t_0) & \cos \omega(t - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Műholdas helymeghatározás

A föld közelítő modellje

- ▶ A helymeghatározási feladatban a földet egy lapult forgási ellipszoidként modellezzük:



- ▶ Egyenlítői sugár  $R_0 = 6378.1\text{ km}$
- ▶ Sarki sugár  $R_p = 6356.8\text{ km}$
- ▶ Excentricitás:

$$e = \sqrt{1 - \frac{R_p^2}{R_0^2}} = 0.0818$$

# Műholdas helymeghatározás

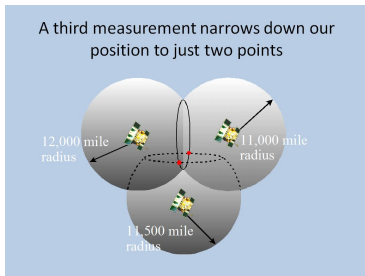
## Alapok

- ▶ A műholdak periodikusan ismétlődő jelet küldenek
- ▶ A jel tartalmazza a műhold helyzetét és az üzenet küldésének időpontját
- ▶ A vevő egység a vételkor meghatározza annak időpontját
- ▶ Az adatokból meghatározható a műhold távolsága:  
 $r_j = (t_{sa,j} - t_{st,j})c$ , ahol  
 $t_{sa,j}$ : beérkezés mért ideje  
 $t_{st,j}$ : küldés ideje  
 $c$ : fénysebesség (jelterjedési sebesség)
- ▶ Feltéve, hogy az adó és vevő órái szinkronizálva vannak

# Műholdas helymeghatározás

## Trianguláció

- ▶ Az előbbi egyenlet egy gömb felületet definiál, mint lehetséges pozíciók
- ▶ 2 vett jel  $\rightarrow$  2 gömb felületének közös pontjai egy körön vannak
- ▶ 3 vett jel  $\rightarrow$  2 lehetséges pont, ezek közül az egyik általában a föld belsejében van
- ▶ Mivel az órák nincsenek szinkronban ezért a gyakorlatban legalább 4 műhold szükséges



# Műholdas helymeghatározás

## Egyenletrendszer

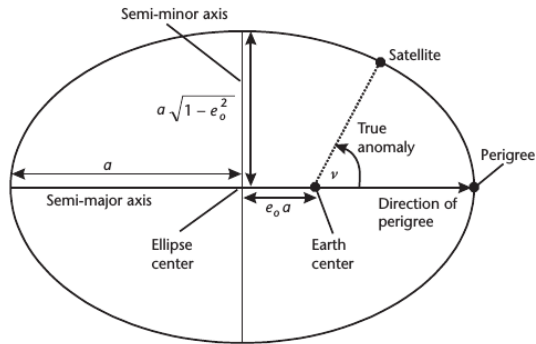
- ▶ A "pseudó" távolság egyenletrendszere:

$$\rho_j = c(t_{sa,j} - t_{st,j} + \delta\mathbf{t}_c) = \sqrt{(r_{x,j}^s - r_x^u)^2 + (r_{y,j}^s - r_y^u)^2 + (r_{z,j}^s - r_z^u)^2}$$
$$j = 1 \dots 4$$

- ▶ 4 egyenlet, 4 ismeretlen, megoldható, ennyire egyszerű?
- ▶ Igen ám, csak hogy a műholdak nem földi koordináta rendszerben tartják nyilván a pozíciójukat
- ▶ Az égitestek pozícióját egy adott pillanatban az efemerisz (csillagászati napló) írja le

# Műholdas helymeghatározás

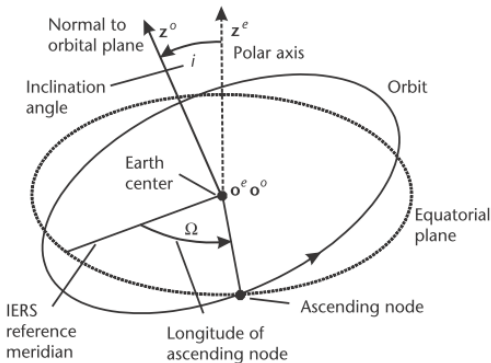
## Efemerisz



- ▶ Ellipszis pálya
  - ▶  $a$ : fél nagytengely
  - ▶  $e_0$ : excentricitás
- ▶ Föld az egyik fókuszpontban
- ▶ Perihélium (perigree): földhöz legközelebbi pont
- ▶ Afélium (apogee): legtávolabbi pont
- ▶ Valódi anomália (true anomaly,  $\nu$ ): pozíció szöge a perihéliumhoz képest a fókuszpontból

# Műholdas helymeghatározás

## Műhold pályája

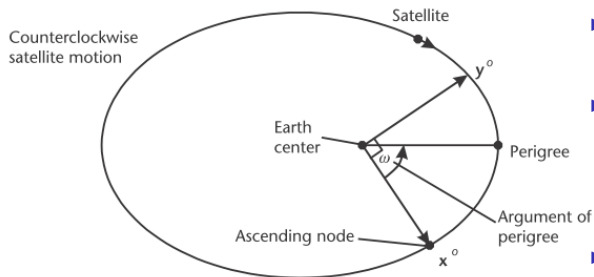


- ▶ Ekliptika: föld keringési síkja
- ▶ Inklináció ( $i$ ): a pálya síkja és az ekliptika síkjának normáljai által bezárt szög
- ▶ Felszálló csomó (ascending node): síkok metszete a pálya D-É irányába
- ▶ Felszálló csomó hossza ( $\Omega$ ): a FCS és a ref. meridián által bezárt szög



# Műholdas helymeghatározás

## Pálya koordináta rendszer



- ▶ Az  $x$  tengely a felszálló csomó felé mutat
- ▶ A  $z$  tengely a pálya síkjának normálvektora
- ▶ Az  $y$  tengely jobbkézszabály szerint  $90^\circ$ -al elforgatva a  $z$  körül
- ▶ A perihélium szöge ( $\omega$ ) a felszálló csomó és a perihélium által bezárt szög

# Műholdas helymeghatározás

## Paraméterek

- ▶ További efemerisz paraméterek:
  - ▶  $t_{ref}$ : referencia idő
  - ▶  $t_{ts}$ : GPS idő az adat küldésekor
  - ▶  $M_0$ : közepes anomália  $t_{ref}$  időpillanatban
  - ▶  $\dot{\Omega}_d$ : felszálló csomó hosszának változása (föld forgása miatt)
  - ▶  $\dot{i}_d$ : inklináció változása
  - ▶ Gravitációs korrekciós paraméterek
- ▶ Nekünk a valódi anomáliára ( $\nu$ ) lenne szükségünk, mert ez jellemzi a műhold pozícióját
- ▶ Probléma: Kepler 2. törvénye értelmében a műhold területi sebessége állandó, de mivel a vezérsugár változik, így a kerületi és szögsebesség is.  $\implies \nu$ -vel nehéz számolni
- ▶ Helyette az átlagos anomáliát ( $M_0$ ) adják meg, mely lineárisan változik.



# Műholdas helymeghatározás

## Excentrikus anomália

- ▶  $M = M_0 + \bar{\omega}_m \Delta t$ , átlagos anomália a vétel pillanatában
- ▶  $\Delta t = t_{ts} - t_{ref}$
- ▶  $\bar{\omega}_m = \frac{2\pi}{T}$  keringési szögsebesség,  $T$ : periódusidő
- ▶  $T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$ , ahol  $\mu$ : gravitációs állandó  $\rightarrow \bar{\omega}_m = \frac{\mu}{a^3}$
- ▶ Kepler egyenlet:
  - ▶  $M = E - e_0 \sin E$
  - ▶  $E$  nem fejezhető ki zárt alakban, iteratív megoldás:
  - ▶  $E_0 = M + \frac{e_0 \sin M}{1 - \sin(M+e_0) + \sin M}$
  - ▶  $E_i = M + e_0 \sin E_{i-1}$ ,  $i = 1 \dots n$
  - ▶  $E = E_n$
  - ▶  $n = 20$  iteráció  $\rightarrow$  a hiba cm-es nagyságrendű ( $n = 22 \rightarrow mm$ )

# Műholdas helymeghatározás

## Valódi anomália

- ▶ A valódi anomália ( $\nu$ )  $E$  ismeretében már könnyen meghatározható:

$$\sin(\nu) = \frac{\sqrt{1 - e_0^2} \sin E}{1 - e_0 \cos E}$$

$$\cos(\nu) = \frac{\cos E - e_0}{1 - e_0 \cos E}$$

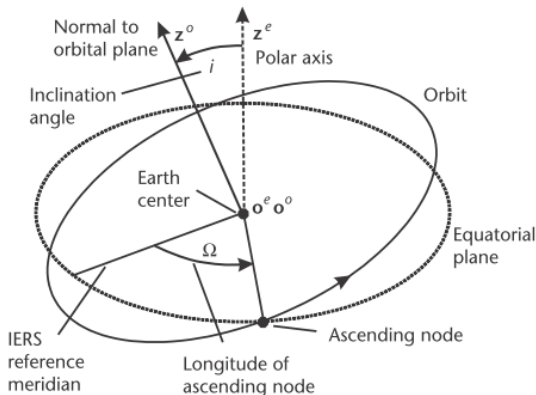
$$\tan \nu = \frac{\sin \nu}{\cos \nu} = \frac{\sqrt{1 - e_0^2} \sin E}{\cos E - e_0}$$



# Műholdas helymeghatározás

## Műhold pozíció transzformáció

- ▶ A műhold pozíciójára nekünk ECEF koordinátákban van szükségünk
- ▶ Ehhez a pálya koordináta rendszerét el kell forgatnunk  $z^o$  mentén  $\Omega$ -val, majd  $x^o$  mentén  $i$ -vel



# Műholdas helymeghatározás

## Műhold pozíció transzformáció

- ▶ Figyelembe kell vennünk a föld forgási sebességét

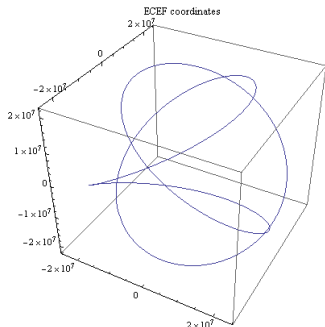
- ▶  $\omega_{ie} = 7.292115 * 10^{-5} \text{rad/s}$

- ▶  $\Omega = \Omega_0 - \omega_{ie}(\Delta t + t_{oe}) + \dot{\Omega}_d \Delta t$

- ▶  $i = i_0 + \dot{i}_d \Delta t$

- ▶ Alkalmazva az Euler-transzformációt

$$C_o^e = \begin{pmatrix} \cos \Omega & -\cos i \sin \Omega & \sin i \sin \Omega \\ \sin \Omega & \cos i \cos \Omega & -\sin i \cos \Omega \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix}$$





# Műholdas helymeghatározás

## Moduláció

- ▶ A legtöbb GNSS jel BPSK modulált, egyenlete:

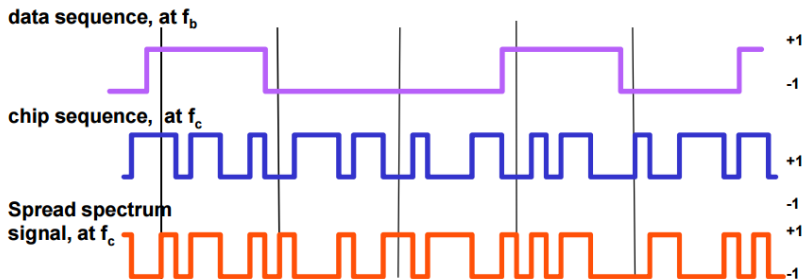
$$s(t) = \sqrt{2P}C(t)D(t) \cos(2\pi f_{ca}t + \phi_{ca})$$

- ▶  $P$ : jel amplitúdója,  $C(t)$ : szórókód,  $D(t)$ : adat
- ▶  $f_{ca}$ : vivőfrekvencia,  $\phi_{ca}$ : fázistolás
- ▶ A szórókód egy a vevő számára ismert ál-véletlen zaj
- ▶ Célja:
  - ▶ Kódosztás megvalósítása (CDMA)
  - ▶ A jel sáv szélességének növelése
  - ▶ Fázisdetektálás elősegítése (korrelátor segítségével)

# Műholdas helymeghatározás

## Szórókód

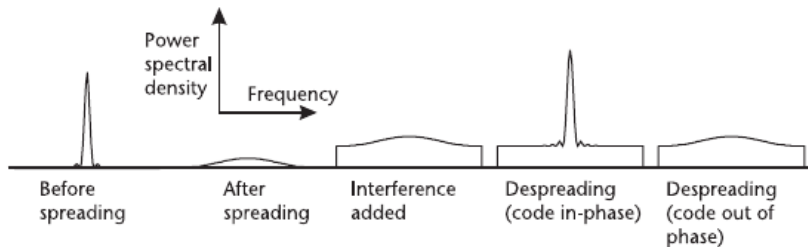
- ▶ Hivatalos neve PRN (Pseudo Random Noise) kód
- ▶ Az adatjelet egy nagyobb frekvenciájú jellel összeszorozzuk
- ▶ Minden műholdnak saját PRN kódja van



# Műholdas helymeghatározás

## Vétel

- ▶ a vétel első lépése a **szinkronizáció** → fázis meghatározása
- ▶ szórókód illesztése → legnagyobb korreláció a fázisban
- ▶ ha megvan a szinkron akkor a vevő **követés** módba vált

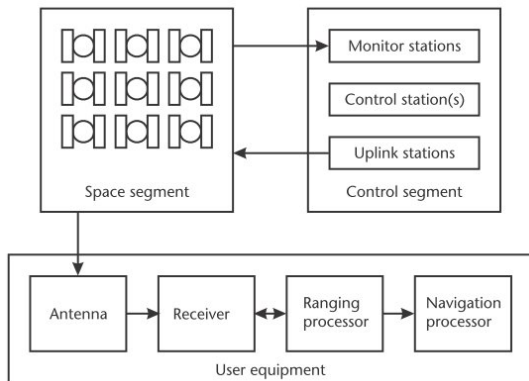


# Helymeghatározó rendszerek

- ▶ GPS (Global Positioning System)
  - ▶ USA, 1993-
  - ▶ 24 műhold, 26.600 km
- ▶ GLONASS (Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema)
  - ▶ USSR-Oroszország, (1996-)2011-
  - ▶ 24 műhold, 25.600 km
- ▶ Galileo
  - ▶ E.U., 2016-
  - ▶ 27 műhold, 29.600 km

# Helymeghatározó rendszerek

## Architektúra

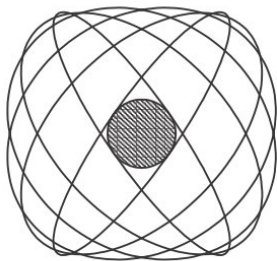


- ▶ Monitor st.
  - ▶ Hálózat
  - ▶ Szinkron órák
  - ▶ Adatgyűjtés, kalibráció → control st.
- ▶ Control st.
  - ▶ Néhány db.
  - ▶ Nav. üzenet, poz. megh. → műholdak
- ▶ Uplink st.
  - ▶ Üzenetek továbbítása

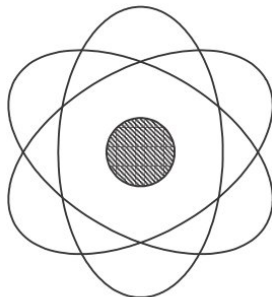
# Helymeghatározó rendszerek

## GPS

- ▶ 24 (max 36) műhold
- ▶ 3 fő generáció (Block I-II-III)
- ▶ 6 különböző pálya,  $60^\circ$  hosszúságú köökkel
- ▶ Inklináció  $55^\circ$
- ▶ Mindegyik pályán min. 4 műhold van
- ▶ A föld minden pontján min. 5 műhold látható



Viewed from equatorial plane



Viewed from pole

- ▶ GPS kommunikáció 3 frekvencián történik
  - ▶ Link 1 (L1): 1575.42 MHz
  - ▶ Link 2 (L2): 1227.60 MHz
  - ▶ Link 3 (L3): 1176.45 MHz
  - ▶ Kétoldali sávszélesség: 30.69 MHz
- ▶ Két szolgáltatás
  - ▶ Publikus (Standard Positioning Service, SPS)
  - ▶ Privát (Precise Positioning Service, PPS)
- ▶ 10 jel, a két alapvető:
  - ▶ C/A (Coarse/Acquisition), elérhető pontosság kb. 3.8m(h) - 6.2 (v)
  - ▶ P(Y) (Precise/Encrypted Precise), elérhető pontosság kb. 1.2m(h) - 1.9m(v)

<i>Signal</i>	<i>Band and Carrier Frequency (MHz)</i>	<i>Service</i>	<i>Modulation and Chipping Rate (<math>\times 1.023 \text{ Mchip s}^{-1}</math>)</i>	<i>Navigation Message Rate (<math>\text{symbol s}^{-1}</math>)</i>	<i>Minimum Received Signal Power (dBW)</i>	<i>Satellite Blocks</i>
C/A	L1, 1575.42	SPS/PPS	BPSK 1	50	-158.5	All
P(Y)	L1, 1575.42	PPS	BPSK 10	50	-161.5	All
M code	L1, 1575.42	PPS	BOC <sub>s</sub> (10,5)	Note 2	Note 2	From IIR-M
L1C-d	L1, 1575.42	PPS	BOC <sub>s</sub> (1,1) Note 1	100	-163	From III
L1C-p	L1, 1575.42	PPS	BOC <sub>s</sub> (1,1) Note 1	None	-158.3	From III
L2C	L2, 1227.60	SPS	BPSK 1	50	-160	From IIR-M
P(Y)	L2, 1227.60	PPS	BPSK 10	50	-164.5	All
M code	L2, 1227.60	PPS	BOC <sub>s</sub> (10,5)	Note 2	Note 2	From IIR-M
L5I	L5, 1176.45	SPS	BPSK 10	100	-158	From IIF
L5Q	L5, 1176.45	SPS	BPSK 10	None	-158	From IIF

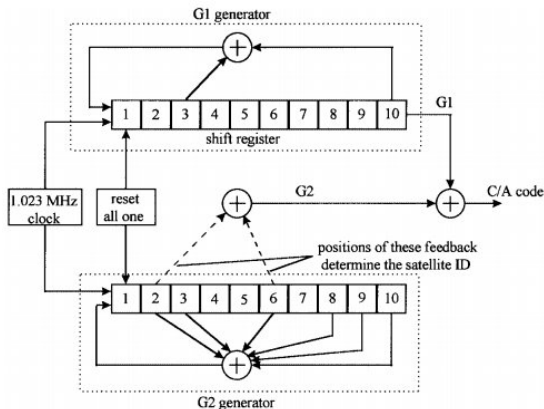
- ▶ Az újabb jelek BOC (Binary Offset Carrier) modulációt használnak
- ▶ Többutas terjedésre kevésbé érzékeny



# GPS

## Gold-kód

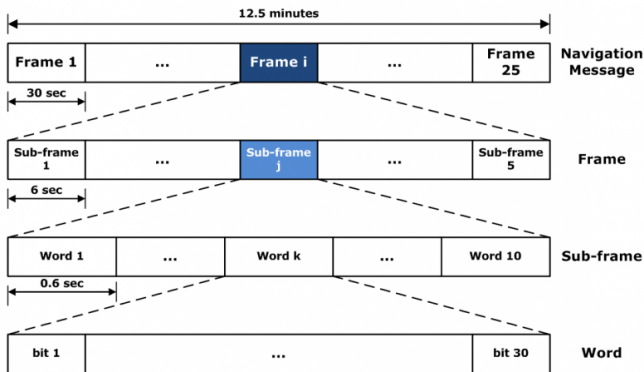
- ▶ Shift regiszterekkel állítható elő ( $n$  bit,  $10^n - 1$  periódus)
- ▶ C/A jel: 1023 minta hosszú Gold-kód, 1ms-ként ismétlődik
- ▶ P jel:  $6.19 \times 10^{12}$  hosszú kód(!), 10,23 Mhz-en ( $T=1$  hét)



# GPS

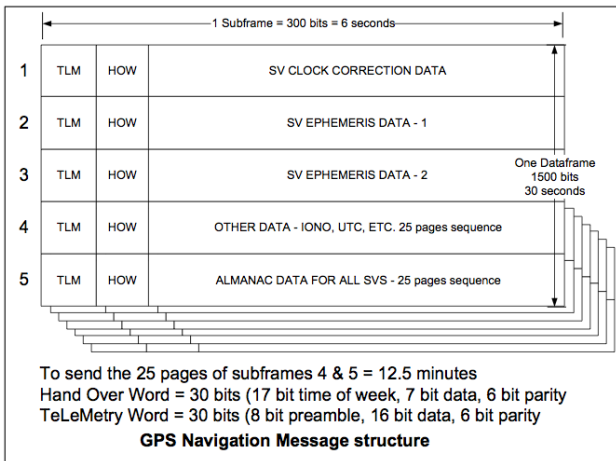
## Adatcsomag

- ▶ Az alap navigációs csomag mind a C/A, mind a P(Y) jelben
- ▶ 50 bit/s adatsebesség



# GPS

## Adatcsomag

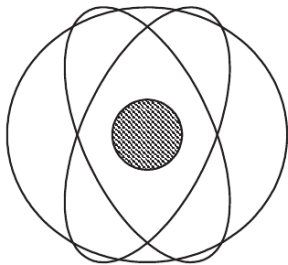


- ▶ TLM: preambulom
- ▶ HOW: C/A → P jel váltáshoz

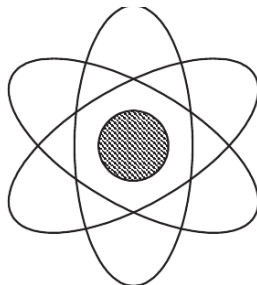
# Helymeghatározó rendszerek

## GLONASS

- ▶ 1995-2000, modernizáció, 2010-
- ▶ 24 (+3 tartalék) műhold
- ▶ 3 különböző pálya, 120° hosszúságú közőkkel
- ▶ Inklináció 64.8°



Viewed from equatorial plane



Viewed from pole

# GLONASS

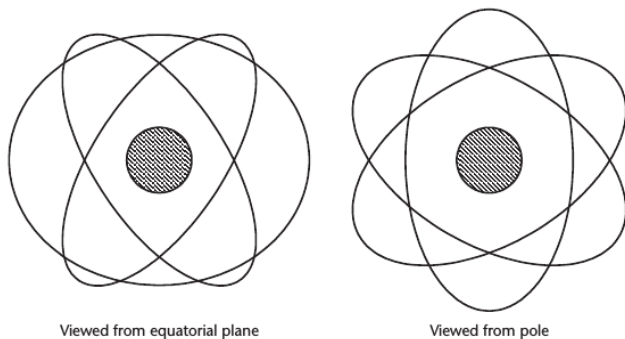
## Jelek

- ▶ L1 1592.95–1613.86 MHz
- ▶ L2 1237.83–1256.36 MHz
- ▶ C/A jel 511 hosszú, 1 kHz
- ▶ P jel 5.11 MHz
- ▶ FDMA elosztás
  - ▶ Minden műholdhoz tartozik csatorna szám ( $k = 1 \dots 12$ )
  - ▶ L1 frekvencia:  $1602 + 0.5625k \text{ MHz}$
  - ▶ L2 frekvencia:  $1246 + 0.4375k \text{ MHz}$
  - ▶ Azonos pályán levő műholdakhoz megegyező  $k$
- ▶ C/A, 50bit/s, 100bites sorok, 2.5perc periódus
- ▶ P, 50 bit/s, 12perc periódus
- ▶ Efemerisz paraméterek ECEF koordinátákban

# Helymeghatározó rendszerek

## Galileo

- ▶ E.U. finanszírozza, csak civil felhasználásra
- ▶ 27 műhold
- ▶ 3 különböző pálya,  $120^\circ$  hosszúságú közőkkel
- ▶ Minden pályán 9 műhold egyenletesen elosztva
- ▶ Inklináció  $56^\circ$

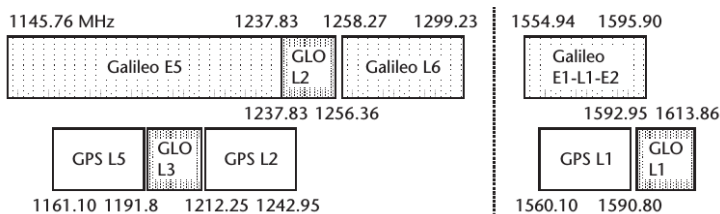


- ▶ Szolgáltatások:
  - ▶ Open Service (OS)
  - ▶ Safety-of-life (SOL) service
  - ▶ Commercial Services (CS)
  - ▶ Public regulated service (PRS)
  - ▶ Search-and-rescue (SAR) service
- ▶ 3 frekvencián 10 jel
- ▶ Adatcsomag GPS-hez hasonló formátumú, nagyobb felbontású
  - ▶ FNAV (Free), 25 bit/s
  - ▶ INAV (Integrity), 125 bit/s
  - ▶ CNAV (Commercial), 500 bit/s

# Helymeghatározó rendszerek

## Kompatibilitás

- ▶ GPS-GLONASS teljesen különálló frekvenciák
- ▶ GPS-Galileo átfedés L1-ben, probléma
- ▶ GLONASS L3 - Galileo L5b: nagy kódhosszak miatt nem probléma

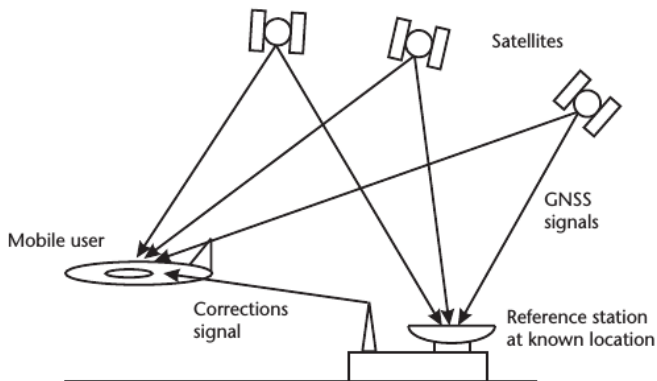




# Helymeghatározó rendszerek

## Kiterjesztés

- ▶ Differenciális GNSS (DGNSS)
- ▶ Földi referencia adó
- ▶ Kalibráció, pontosság növelése



## Források

- ▶ Paul D. Groves: Principles of GNSS, Inertial and Multisensor Integrated Navigation Systems
- ▶ Elliott D. Kaplan, Christopher J. Hegarty: Understanding GPS, Principles and Applications, Second Edition
- ▶ Global Positioning System, Standard Positioning Service, Signal Specification, Second Edition, online: <http://www.gps.gov/technical/ps/1995-SPS-signal-specification.pdf>
- ▶ Global Positioning System (GPS) Time Dissemination for Real-Time Applications, online: [http://www.pdana.com/phdwww\\_files/rtgps.pdf](http://www.pdana.com/phdwww_files/rtgps.pdf)
- ▶ James Bao, Yen Tsui: Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach
- ▶ Navipedia: <http://www.navipedia.net/>