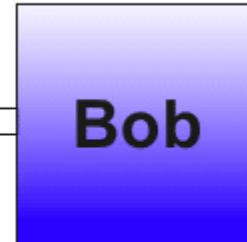


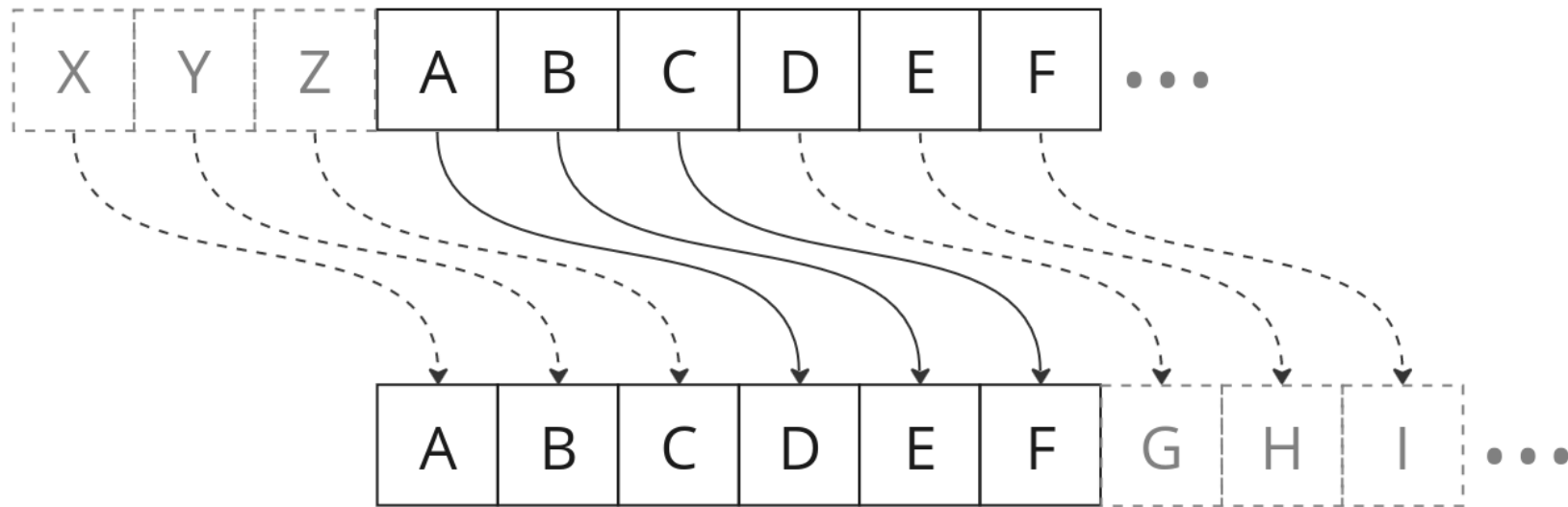
Eve



Titkosítás

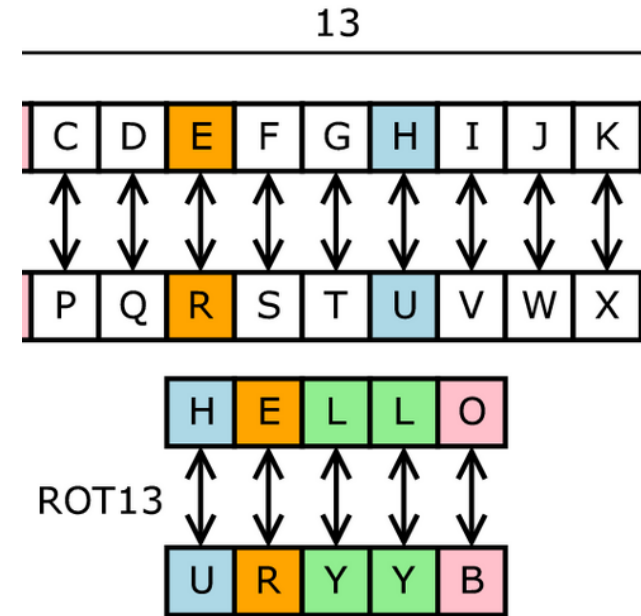


Caesar rejtjelező



Monoalfabetikus rejtjelező

- eltolásos rejtjelező
 - $c = (m + k) \bmod N$
 - $k = 3$ esetében Caesar rejtjelező
- permutációs rejtjelező
- affin rejtjelező
 - $c = (a \cdot m + b) \bmod N$



A Vigenère rejtjelező

- Giovan Battista Bellaso, 1553
 - később tévesen Blaise de Vigenère-nek tulajdonították, és mind a mai napig az ő nevét viseli
- „le chiffre indéchiffrable”
 - „feltörhetetlen kód”
 - az amerikai polgárháborúban a konföderációs seregek is használták ezt a kódolást
 - gyenge kulcsok: *Manchester Bluff*, *Complete Victory*, *Come Retribution*
- Blaise de Vigenère, 1586
 - rövid kulcsszó után az üzenetet a saját betűivel titkosítja

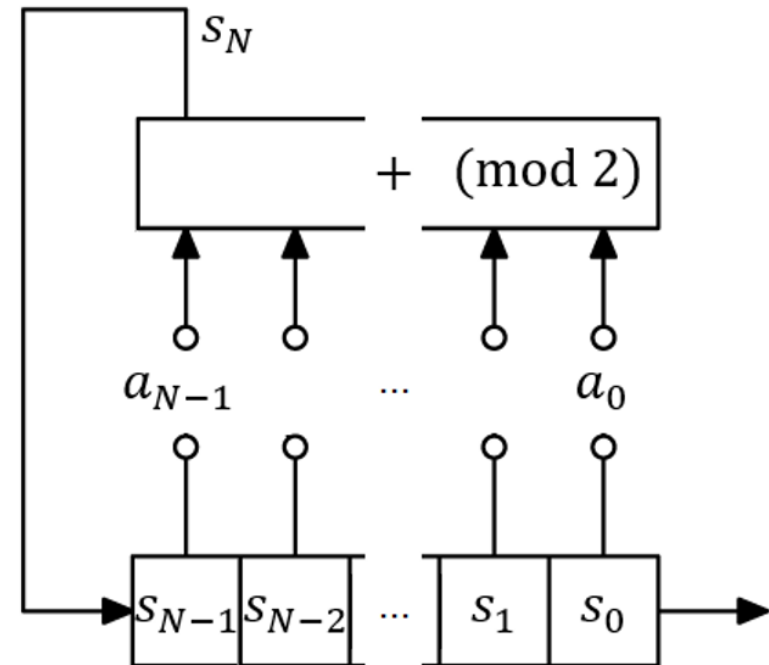
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Kasiski teszt

- Vigenère rejtjelező törése
- Friedrich Kasiski, 1863
- kulcs méretének a meghatározása
 - ismétlődő (legalább) 3 hosszú szekvenciák keresése
 - valószínűleg a kulcs ugyanazon részével lettek kódolva
 - minél hosszabb egy ismétlődő szekvencia, ez annál inkább igaz
- törés a betűk előfordulási gyakorisága alapján

LFSR

- álvéletlenszám generálása
- N bites
 - maximum $2^N - 1$ hosszú sorozat
 - de függ a visszacsatolásoktól
- karakterisztikus polinom
 - $K(x) = x^N + \sum_{i=0}^{N-1} a_i x^i$
- Feedback polinom
 - reciprok polinom, azaz:
 - $R(x) = x^N \cdot K(y)|_{y=\frac{1}{x}}$



Folyamrejtjelezők

- kis kulcsból nagy mennyiségű kvázi-véletlenszerű adatot generálnak
 - pl. LFSR-rel, ahol a kulcs a visszacsatolás
- titkosítás: az LFSR kimenete XOR a nyílt üzenet
- visszafejtés: az LFSR kimenete XOR a titkosított üzenet

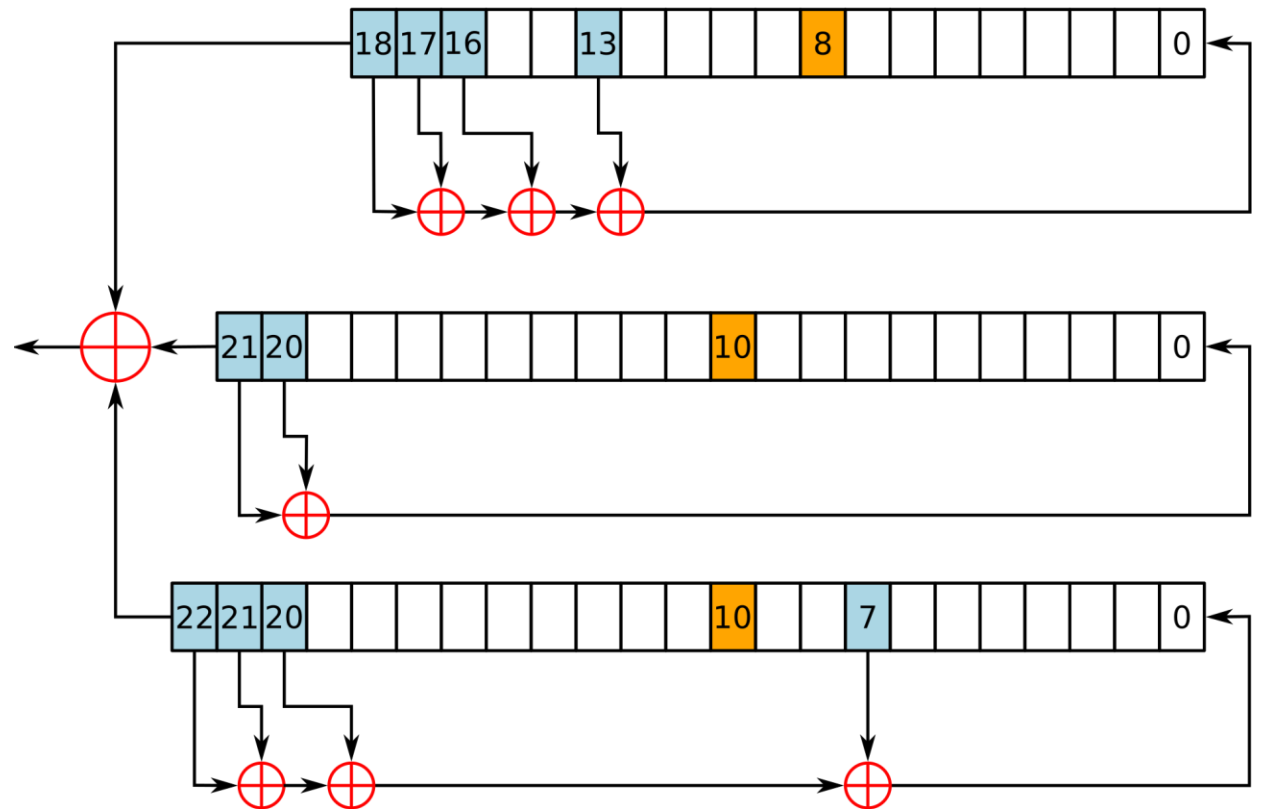
LFSR feltörése

- egy N bites LFSR visszacsatolása meghatározható $2 \cdot N$ bit hosszú nyílt szöveg és a hozzá tartozó titkosított szöveg ismeretében

```
00000000: 4D 5A 90 00 03 00 00 00|04 00 00 00 FF FF 00 00 | MZ .....  
00000010: B8 00 00 00 00 00 00 00|40 00 00 00 00 00 00 00 | .....@.....  
00000020: 00 00 00 00 00 00 00 00|00 00 00 00 00 00 00 00 | .....  
00000030: 00 00 00 00 00 00 00 00|00 00 00 00 08 01 00 00 | .....  
00000040: 0E 1F BA 0E 00 B4 09 CD|21 B8 01 4C CD 21 54 68 | .s. i! .f/Th  
00000050: 69 73 20 70 72 6F 67 72|61 6D 20 63 61 6E 6E 6F | is program canno  
00000060: 74 20 62 65 20 72 75 6E|20 69 6E 20 44 4F 53 20 | t be run in DOS  
00000070: 6D 6F 64 65 2E 0D 0D 0A|24 00 00 00 00 00 00 00 | mode.....  
00000080: 32 EE C2 59 76 8F AC 0A|76 8F AC 0A 76 8F AC 0A | 21AYvZ~.vZ~.vZ~.  
00000090: 7F F7 3F 0A 7A 8F AC 0A|66 0B AD 0B 74 8F AC 0A | ■÷?.zZ~.f.-.tZ~.  
000000A0: 66 0B AF 0B 75 8F AC 0A|66 0B A8 0B 7C 8F AC 0A | f.Z.uZ~.f.'"|Z~.  
000000B0: 66 0B A9 0B 65 8F AC 0A|62 E4 AD 0B 7F 8F AC 0A | f.@.eZ~.bä-■Z~.  
000000C0: 76 8F AD 0A 27 8F AC 0A|3D 0A A4 0B 74 8F AC 0A | vZ~.'Z~.=.*.tZ~.  
000000D0: 3D 0A 53 0A 77 8F AC 0A|76 8F 3B 0A 77 8F AC 0A | =.S.wZ~.vZ~;wZ~.  
000000E0: 3D 0A AE 0B 77 8F AC 0A|52 69 63 68 76 8F AC 0A | =.@.wZ~.RichvZ~.  
000000F0: 00 00 00 00 00 00 00 00|00 00 00 00 00 00 00 00 | .....  
00000100: 00 00 00 00 00 00 00 00|50 45 00 00 64 86 06 00 | .....PE..d†..  
00000110: 4E EA AE 67 00 00 00 00|00 00 00 00 F0 00 22 00 | Ne@g.....d.".
```

LFSR felhasználása

- GSM A5/1
 - folyamrejtlelező
 - 1987
 - eredetileg titkos, de kiszivárgott, illetve visszafejtették, feltörték



Kerckhoff-féle elv

- Auguste Kerckhoffs (holland kriptográfus)

Egy kriptorendszer biztonságának kizárólag a kulcs titkosságán kell alapulnia, nem pedig az algoritmus vagy a rendszertervezés titkosságán.

Tökéletes titkosítás

- Shannon-fél definíciója:

- $P\{M = m|C = c\} = P\{M = m\}$

- a titkosítás tökéletes $\Leftrightarrow P\{e_K(m) = c\} = P\{e_K(m') = c\}$

- a titkosítás tökéletes $\Rightarrow |M| \leq |K|$

- One-time-pad (OTP)

- $M = K = C = \{0,1\}^N$

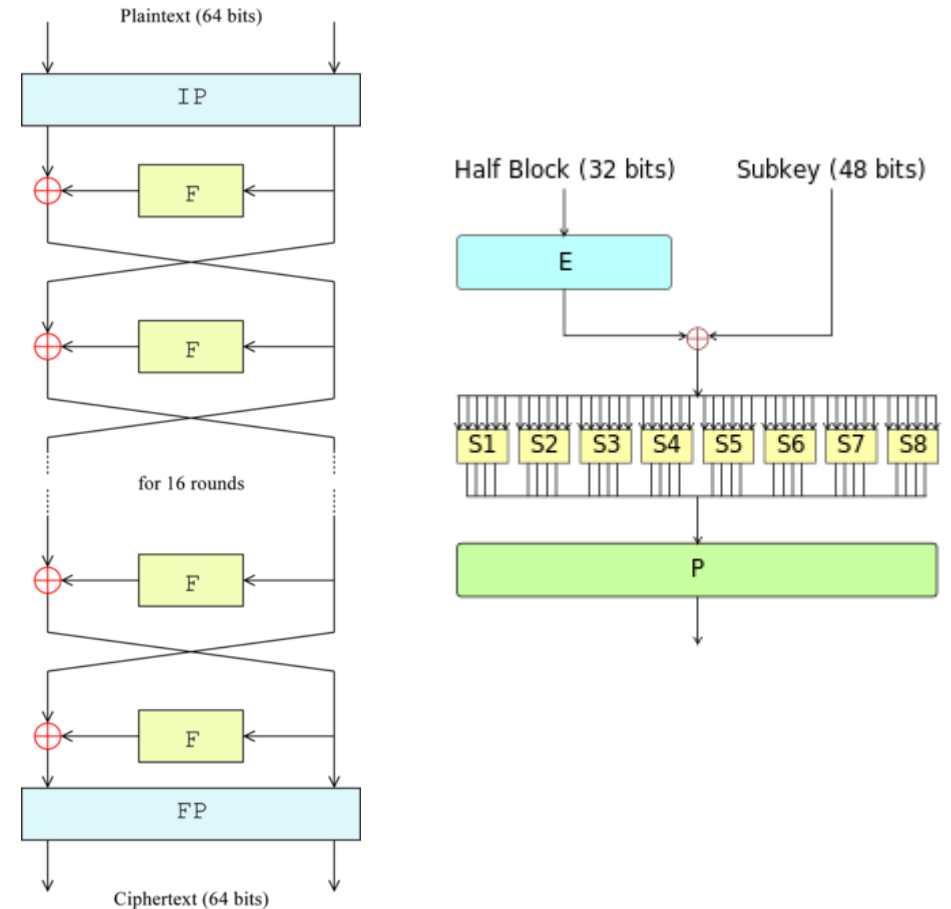
- $P\{e_K(m) = c\} = P\{K \oplus m = c\} = P\{K = c \oplus m\} = 2^{-n} \Rightarrow$ tökéletes

Blokkrejtjelezők

- az adatot fix méretű blokkokra bontja
- titkos kulcs felhasználásával ebből készít ugyanekkora méretű titkosított blokkot
- követelmények:
 - **teljesség:** a kimenet minden bitje minden bemeneti bittől és minden kulcsbittől függjön
 - **statisztikai függetlenség:** ne legyen statisztikai kapcsolat a nyílt blokkok és a titkosított blokkok között
 - **lavina hatás:** a bemenet egy bitjének a megváltoztatására a kimenet minden bitje $\frac{1}{2}$ valószínűséggel változzon meg
- AES, DES

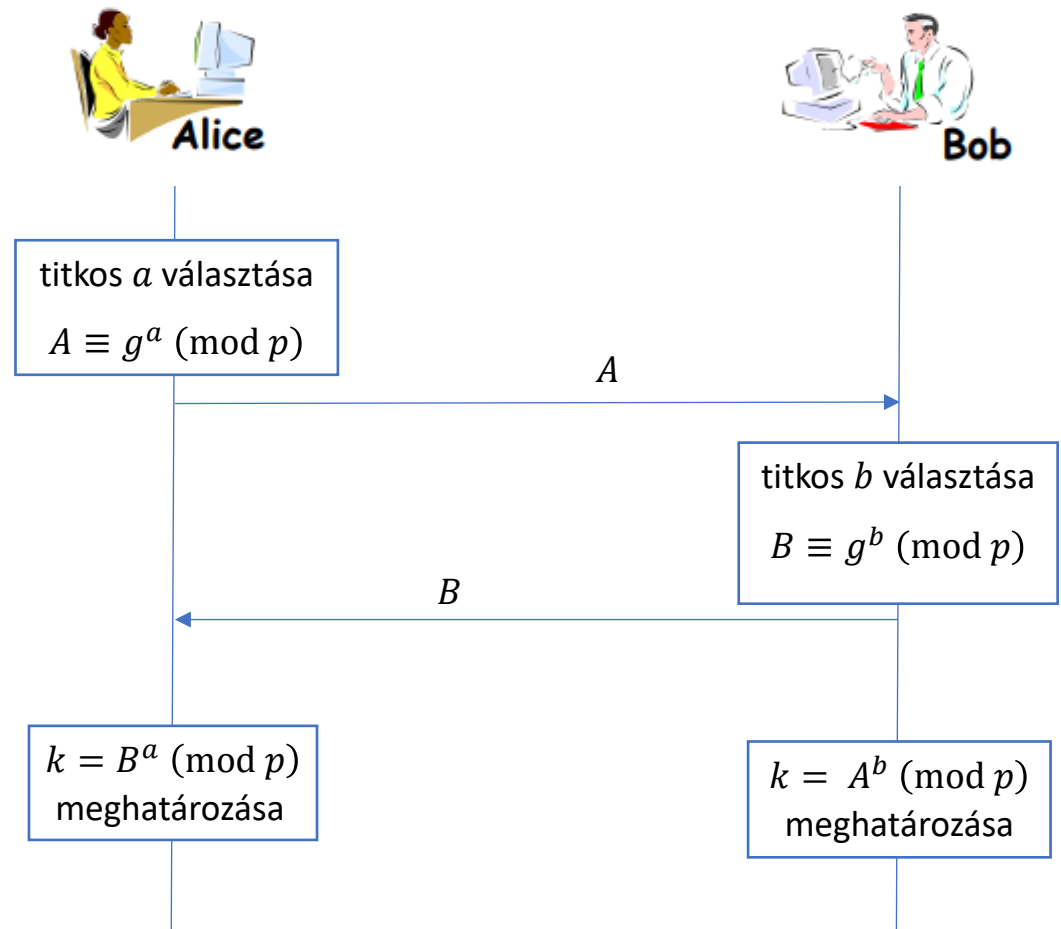
DES

- az IBM fejlesztette ki a 70-es évekbe
 - Lucifer
- felépítése:
 - kódoló és dekódoló megegyezik
 - 16 réteg
 - 64 bit be- és kimenet
 - 56 bites kulcs

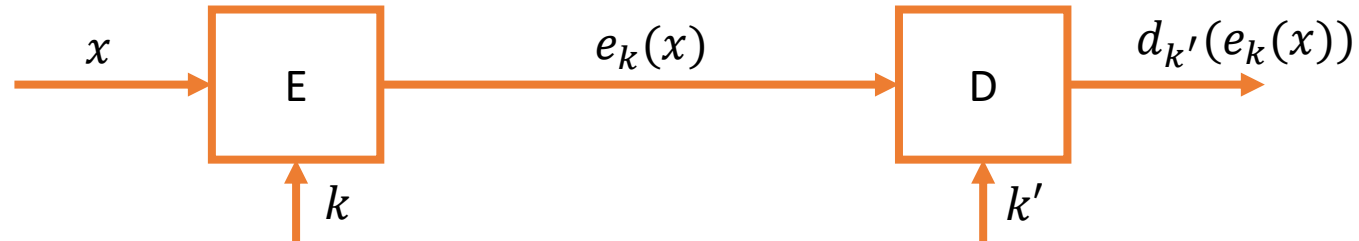


Kulcscsere protokollok

- a titkosító kulcs megosztása
 - két személy olyan módon tudjon megállapodni közös kulcsban, hogy azt harmadik személy ne tudja megszerezni
- Diffie-Hellman kulcscsere
 - első publikált eljárás titkos kulcsok nyilvános cseréjére (1976)
 - támadás: man in the middle



Aszimmetrikus kulcsú titkosítás



- aszimmetrikus kulcsok
 - k' kiszámítása k -ból nehéz feladat
 - k -t nyilvánosságra lehet hozni
- a nyilvános kulcs nem titkos, de a hitelességét biztosítani kell
 - kulcstanúsítványok
- RSA
 - Ronald Rivest, Adi Shamir és Leonard Adleman 1977-ben
 - egy ezzel megegyező algoritmust fejlesztett ki Clifford Cocks 1973-ban
 - a brit Government Communications Headquarters használta titokban
 - csak 1997-ben tehetette közzé



RSA

Lépés	Aliz	Erik	Bob
1			Véletlenszerűen választ két nagy prímszámot, p -t és q -t és kiszámítja az $n = pq$ és $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1)$ értékeket, nyilvános (n, e) kulcsát, és d titkos kulcsát, $1 < e < \varphi(n) = (p - 1)(q - 1)$ és $\text{luko}(e, \varphi(n)) = 1$ $1 < d < \varphi(n)$ és $e \cdot d \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$
2		$\Leftarrow (n, e)$	
3	$c = m^e \pmod{n}$ szerint rejtjelezi m -et		
4		$c \Rightarrow$	
5			visszafejti c -t $m = c^d \pmod{n}$ szerint

Prímszámok keresése

- Fermat-tétel
 - p prím és a nem osztható p -vel, akkor
 - $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$
- keresés:
 - $a \in [2, p-2]$ véletlen
 - ha nem teljesül a fenti egyenlet, akkor a tanú arra, hogy p nem prím
- Carmichael-számok
 - olyan összetett számok, amelyek esetében minden a -ra teljesül a fenti kongruencia



RSA – p és q közeli prímek

- $n = p \cdot q$
 - $p > q$
- legyen
 - $t = \frac{p+q}{2}$
 - $s = \frac{p-q}{2}$
$$p = t + s$$
$$q = t - s$$
- ekkor
 - $n = t^2 - s^2 = (t + s)(t - s)$
- ha s kicsi, azaz a két prím közel van egymáshoz, akkor
 - $t \approx \sqrt{n}$
 - tippek: $t_1 = \lfloor n^{1/2} \rfloor + 1$, $t_2 = \lfloor n^{1/2} \rfloor + 2$, stb.

RSA - aláírás

Lépés	Aliz	Erik	Bob
1	A következő értékeket választja: $n = pq$, (n, e) nyilvános kulcs és d titkos kulcs		
2		$(n, e) \Rightarrow$	
3	Aláírja az m üzenetet: $\text{sig}_A(m) = m^d \bmod n$		
4		$(m, \text{sig}_A(m)) \Rightarrow$	
5			Ellenőrzi Aliz aláírását $m \equiv (\text{sig}_A(m))^e \bmod n$ segítségével