

6. gyakorlat: Digitális modulációs eljárások

O.6.1. FSK (Frequency Shift Keying), frekvenciabillentyűzés

Tkp. egy NRZ elemi jelű, legtöbbször bináris alapsávi adatjellel végzett frekvenciamoduláció eredményeként keletkezik. Az állandó amplitúdójú modulált jel időreseként f_1 vagy f_0 frekvenciájú szinuszos csomagokat tartalmaz. A jel fázisa folytonosan változik. Beszélhetünk vivőfrekvenciáról: $F = (f_1 + f_0)/2$, s frekvencialöketről is: $f_D = |f_1 - f_0|/2$. A frekvencialöket alapján befolyásolja a jel sáv szélességét. Meglepő, de a(z additív zajban) legjobb demodulátor számára nem jelent előnyt, ha a frekvencialöket nagyobb, mint a jelzési sebesség negyede (szuboptimális demodulátorok számára ettől még jelenthet!). Ha $f_D = 1/(4T)$, akkor MSK-ról (Minimum Shift Keying) beszélünk. A jól demodulálható FSK jelek közül ennek minimális a sáv szélessége (hiszen minimális a frekvencialöket). Demodulátorként többféle megoldás is szóba jöhet, egy lehetőség pl. P.8.1.

Az FSK jel amplitúdója állandó, s ezért a rádióadók kimenő fokozata jó hatásfokkal működhet, továbbá ez a jel jól tűri az átviteli csatorna erősítésének ingadozását (rádiócsatornáknál ez a *fading*).

Az FSK különösen egyszerűen alkalmazható nehezen lehallgatható és nehezen zavarható jeltovábbításra. Ez az alkalmazás a *frequency hopping*, amely megállapodás szerinti vivők valamilyen kulcs szerinti változtatására épül.

O.6.2. ASK változatok

Tulajdonképpen egyszerű kétoldalsávú amplitúdómoduláció, két fő alakjának lényeges különbségét a (szinte kizárólag bináris) moduláló alapsávi jel d_k amplitúdóinak értékészlete okozza.

OOK (On-Off Keying) az amplitúdók 2 vagy 0 értékűek lehetnek, vagyis az időresekben vagy van jel vagy nincs. Érdekes, hogy ez, a távközlés hőskorából való eljárás manapság a legmodernebbek egyike – optikai vezetéken. Az adó itt a LED vagy a lézervedióda, a burkoló detektor, mint demodulátor pedig a vevő fotovediódája.

Ha a moduláló jelben a amplitúdók a +1 és -1 értékeket vehetik fel, akkor a keletkezett modulált jel amplitúdója állandó (feltéve persze, hogy a moduláló alapsávi jel NRZ elemi jelet használ), az időresek határain azonban a jel fázisa vagy folytonosan változik, vagy 180 fokos fázisugrást szenved. Ezért az eljárást, noha ez egy tökéletes AM-DSB/SC, mégis BPSK-nak (Binary Phase Shift Keying) nevezik. Demodulátorként a szorzó demodulátor elvileg is a leghatékonyabb (additív zajban).

O.6.3. QAM (Quadrature AM)

Kiindulhatunk abból a tényből, hogy az $s_I(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi Ft + \Phi)$ kétoldalsávú AM jelet Ψ fázisú koszinuszos vivővel demodulálva $x(t) \cdot \cos(\Phi - \Psi)$ adódik eredményül. Legyen most $s_Q(t) = y(t) \cdot \sin(2\pi Ft + \Phi) = y(t) \cdot \cos(2\pi Ft + \Phi - \pi/2)$ egy másik modulált jel! Ezt demodulálva Ψ fázisú demodulátorunkkal eredményként $y(t) \cdot \cos(\Phi - \pi/2 - \Psi) = y(t) \cdot \sin(\Phi - \Psi)$ adódik. Tekintve, hogy a demodulátorban elkövetett szorzás és szűrés lineáris transzformációkat jelent, az

$s_{QAM}(t) = s_I(t) - s_Q(t)$ összeget demodulálva, az eredmény $x(t) \cdot \cos(\Phi - \Psi) - y(t) \cdot \sin(\Phi - \Psi)$ lesz. Ugyanezen a jelen a $\Psi + \pi/2$ fázisú demodulátor az $x(t) \cdot \sin(\Phi - \Psi) + y(t) \cdot \cos(\Phi - \Psi)$ összeget szolgáltatja. Ha tehát a demoduláló vivő fázisa tökéletes, azaz a $\Delta = \Phi - \Psi$ fázishiba zérus, akkor az $s_{QAM}(t)$ kvadratúramodulált jelből mindkét moduláló jel torzításmentesen visszanyerhető, noha a modulált jel két AM-DSB összetevője ugyanabban a frekvenciasávban tartalmaz spektrális komponenseket, látszólag szétválaszthatatlanul.

A kvadratúramoduláció alkalmazásának alapvető feltétele a demoduláló vivő fázisszinkronjának biztosítása. Analóg modulációs tartalom esetén ez elég körülményes, ha azonban a moduláló jelek diszkrét amplitúdókészletű alapsávi PAM jelek, akkor a demodulátor saját döntéseire alapozva a fázishiba becsülhető és korrigálható. Ha ugyanis az alapsávi jelek (most is szemléletes NRZ jelre gondolni) az időrések közepe tájékán $x(t_k) = x_k = d_k$, $y(t_k) = y_k = c_k$, ahol d_k és c_k pl. $\pm 1, \pm 3$, stb. értékű, akkor a demodulált jel mintái ugyanezen időrésekben:

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= d_k \cdot \cos \Delta - c_k \cdot \sin \Delta \\ \hat{y}_k &= d_k \cdot \sin \Delta + c_k \cdot \cos \Delta\end{aligned}$$

Szemléletesen: a sík (d_k, c_k) pontjába (ez most egy négyzetrács rácspontja) mutató vektor elfordult pozitív irányba Δ szöggel. Ha az elfordulás kicsi, akkor az (\hat{x}_k, \hat{y}_k) pont, mint megfigyelés alapján kitalálható, mely rácspont volna a helyes döntés. A két vektor bezárt szöge ezután már számítható (becsülhető), s a demoduláló vivő fázisa javítható. A jelpontok síkbeli ábrázolását gyakran kétdimenziós szemábrának hívják.

O.6.4. Néhány QAM változat

A kvadratúramodulált jel a szokásos trigonometriai átalakítással olyan alakban is felírható, amelyből leolvasható az összetett jel burkolója és fázisa:

$$s_{QAM}(t) = x(t) \cos(2\pi Ft + \Phi) - y(t) \sin(2\pi Ft + \Phi) = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \cos(2\pi Ft + \Phi + \arctan(y/x))$$

Ha mindkét moduláló jel bináris (s a szemléletesség kedvéért NRZ), akkor jelünk amplitúdója állandó, csak az időrések szélénél zökken egy kicsit! Ezt a jelet 4PSK-nak, vagy QPSK-nak nevezik, arra utalva, hogy a modulált jel fázisa, $\arctan(y/x)$ négyféle értéke hordozza a moduláció tartalmát. A kétdimenziós szemábra ilyenkor vékony vonalakkal szövevényesen összekötött pontnégyes.

Ha az alapsávi jel amplitúdóit a $d_k = 2 \cos \Phi_k$, $c_k = 2 \sin \Phi_k$ szabály szerint választjuk, ahol Φ_k az $i \cdot 2\pi/L$, $i = 0, 1, \dots, (L-1)$ értékeket veheti fel, akkor L fázisú PSK-ról, LPSK-ról szoktak beszélni.

Napjainkban leginkább olyan QAM változatokkal találkozunk, amelyekben a jelpontok egy négyzetrács pontjai. Ha mindkét moduláló jel L szintű, akkor a jelpontok száma L^2 . Érdekes kérdés, mely rácspontokat érdemes jelpontnak választani, ha tőlük pl. 5 bites sorozatok képviseletét várjuk (hiszen 32 nem négyzetszám). Ha felismerjük, hogy azok az időrések terhelik leginkább a csatornát, amelyekben a modulált jel amplitúdója maximális, akkor könnyű a válasz: értelemhordozásra azokat a négyzetrács pontokat érdemes kijelölni, amelyek az origóhoz a legközelebb vannak. Egyes nagy pontszámú QAM rendszerekben (pl. V92 modemek) ez szabály, másutt a kódolási szabály egyszerűsége fontosabb.

P.6.1. A differenciális FSK demodulátor

Korábban megismertük a fázistolós-szorzos FM demodulátort. Vizsgáljuk meg, alkalmazható-e ez az eszköz FSK jelek demodulálására!

Megoldás:

Az FSK jel is felírható $s(t) = \cos(2\pi Ft + m(t))$ alakban, azzal, hogy a modulációs tartalom T széles szakaszonként $2\pi f_D \cdot d_k$ meredekségű lineáris, valamint folytonos függvény. Szűrjük ezt a jelet egy olyan hálózattal, amely a vivőt Φ fázissal, a modulációs tartalmat T idővel késlelteti, majd jeleinket szorozzuk össze!

$$2 \cdot \cos(2\pi Ft + m(t)) \cdot \cos(2\pi Ft - \Phi + m(t-T)) = \cos(2\pi \cdot 2Ft - \Phi + m(t) + m(t-T)) + \cos(\Phi + m(t) - m(t-T))$$

Kifejezésünk második sora érdekes, az eredmény első sorában szereplő, kétszeres vivő környéki jelkomponensektől aluláteresztő szűrővel megszabadulhatunk. Az aluláteresztő kimeneti időfüggvénye tehát:

$$s_{dem}(t) = \cos(\Phi + m(t) - m(t-T))$$

Tekintsük e jel mintáit a $t_k = t_0 + kT$ időpillanatokban! A t_0 mintavételi fázis megválasztásával gondoskodjunk arról, hogy ezek a mintavételi időpillanatok éppen a modulációs tartalom lineáris szakaszainak végpontjaira essenek! A fázisváltozás ekkor

$$m(t) - m(t-T)|_{t=t_k} = 2\pi f_D T \cdot d_k.$$

Ha Φ ráadásul $3\pi/2$, akkor a demodulált jel mintája éppen $\sin(2\pi f_D T \cdot d_k)$, s így – ha $f_D T$ megfelelő értékű – d_k is meghatározható. Egy ténytet érdemes kiemelni: a szinusz legnagyobb értéke +1, legkisebb értéke -1. Ez azt jelenti, hogy semmi haszon nem származik abból, ha $f_D T$ túl nagy. A demodulátor akkor választja szét leginkább a kétféle d_k értéket, ha $f_D T = 1/4$. Nem véletlen, hogy az ilyen löketű FSK önálló nevet kapott (MSK). Még egy megjegyzés: nem ez a legjobb demodulációs eljárás.

P.6.2. OOK és BPSK: ki a jobb?

Hasonlítsuk össze a két, lényegében amplitúdómodulációs eljárást! Rajzoljuk fel az időfüggvényeiket (NRZ moduláló jelet feltételezve), s nézzük meg, melyikük igényel nagyobb teljesítményt, ha azonos zajban azonos hibavalószínűséggel működnek!

Megoldás:

Az időfüggvényeken azt érdemes megfigyelni, hogy az OOK jel előállítása nem feltétlenül egy folyamatos szinuszjel kapuzgatását jelenti, hanem akár minden T időtartamú szinuszcsoport önállóan keletkezhet az adatjel hatására. Nagy különbség, hogy ekkor a jel T széles, egymáshoz csatlakozó szakaszainál a szinusz fázisa ugorhat. Az optikai tartományban a LED ki/be kapcsolása valójában ezzel a hatással jár. Sajnálatos következmény, hogy ekkor a szorzó demodulátor nem is alkalmazható. Igaz, az optikai tartományban nem is használnak szorzó demodulátort.

A BPSK jel időfüggvényén éppen a névadó fázisugrásokat érdemes kiemelni.

Annak érdekében, hogy a hibaválószerűség összehasonlításánál egyszerű legyen a dolgunk, mégis olyan OOK rendszert vizsgálunk, amelyben a modulált jel csakugyan egy folyamatos szinuszjel és a kapcsoló szerepkörű NRZ adatjel szorzataként áll elő. A demoduláció így az OOK és a BPSK esetén is szorzás a vivővel és szűrés. A demodulált jel mindkét esetben megegyezik a moduláló jellel, s a demodulált zaj is azonos jellegű, erősségű, szórású lesz. Az OOK jelben a moduláló jel amplitúdóit éppen azért választottuk 0-nak és 2-nek (0 és 1 helyett), hogy a megkülönböztetendő értékek között a távolság ugyanúgy 2 legyen, mint a ± 1 amplitúdójú bipoláris jelnél. A kétféle ASK jel tehát egyformán érzékeny a zajra. A BPSK jel teljesítménye a moduláló jeltől függetlenül $U^2/2$, az OOK jelé nulla, ha a moduláló jel amplitúdója éppen nulla, ám $4U^2/2$, amikor az éppen 2. Ha a nullák és az 1-ek azonos gyakoriságúak, akkor az OOK jel átlagteljesítménye U^2 , éppen kétszerese az azonos zajtűrésű BPSK jel teljesítményének. Az utóbbi alkalmazása tehát ebből a szempontból előnyösebb. Az OOK-t az igényelt eszközök egyszerűsége miatt alkalmazzák.

P.6.3. QAM jelek érzékenysége erősítés és fázishibára

Vizsgáljuk meg, mekkora erősítés és mekkora fázishibát képes elviselni egy 16QAM jel!

Megoldás:

A megoldás kulcsa a jel kétdimenziós szemábrája, konstellációs diagramja. Azért ezek persze nem ugyanazok, bár azonos dolgokról tájékoztatnak. A konstellációs diagram az előállítandó jelben a jel két alapsávi komponensének az összetartozó értékpárjait ábrázolja egy derékszögű koordinátarendszerben. A kétdimenziós szemábrára a demodulált jelpár jellegzetes pontjait mutatja ugyanebben a koordinátarendszerben. Felmérve, hogy mit is értünk erősítés, illetve fázishibán, talán a kétdimenziós szemábrára emlegetése szemléletesebb.

Az erősítéshiba azt jelenti, hogy a vett jelek (a QAM jel mindkét komponense) nem a várt $\pm 1, \pm 3$, hanem a $\pm A, \pm 3A$ értékeket veszi fel, ahol A lehet 1-nél nagyobb is (erősítés) és kisebb is (csillapítás). A kérdés már csak az, melyik jelpont reagál a legérzékenyebben egy ilyen eltérésre. Hamar kiderül, hogy az $A = 2/3$ (csillapítás) a 12 külső pont mindegyikét a döntési küszöbökre vezérli. Az $A = 2$ (erősítés) viszont a 12 tengelymenti pontot teszi téveszthetővé. A vevő durva erősítésszabályozását ennek megfelelően kell kialakítani. (A finom erősítésszabályozás már a saját döntéseinket is felhasználhatja).

A fázishiba annyiban egyszerűbb, hogy nyilván irányfüggetlen. A tengelymelléki külső pontok $\arcsin(1/\sqrt{10})$, illetve $\arcsin(2/\sqrt{10}) - \arcsin(1/\sqrt{10})$ szögelfordulást viselnek el. A 4 külső sarokpont $\pi/4 - \arcsin(2/\sqrt{18})$ szögű elfordulást tűr. Ezek közül az utolsó a legkisebb, kb. 17 fok.

P.6.4. Teljesítménytakarékos QAM jelek

Vizsgáljuk meg, nem lehetne-e a 16QAM jeleinek a teljesítményigényét csökkenteni, anélkül, hogy a jelpontok egymás közötti távolságát csökkentenők! Azt is szeretnénk, ha a döntési eljárás se bonyolódna túlságosan, meg akarjuk tartani azt a kényelmet, hogy négyzetrács esetén a két csatornában a döntések egymástól függetlenül hozhatók meg.

Megoldás:

Energiaigény szempontjából a 4 külső sarokpont kellemetlen igazán, a maguk $9+9=18$ egységnyi amplitúdónégyzetével. Csökkentendő ezt az értéket, az jöhet szóba, hogy áthelyezzük őket a tengelyek mellé, 5 egységnyire az egyik, 1 egységnyire a másik koordinátatengelytől. Sajnos, ez az áthelyezés nem előnyös, hiszen e pontok amplitúdónégyzete $1+25=26$ egység lesz.

Más lesz a helyzet, ha 64QAM-ről van szó. Ennél a külső sarokpontokat $49+49=98$ egység AN (amplitúdónégyzet) jellemzi. A vetélytársként szóba jövő tengelymelléki pontokra ugyanez csak $1+81=82$, ami már határozott nyereséget jelent.

Ínyenceknek való kérdés, hogy határesetben (ha a jelpontok száma tart a végtelenhez) mekkora lehet az egész jelkészletre vetített teljesítménymegtakarítás.

P.6.5. A frekvenciahiba forrása: Doppler effektus

Számoljuk ki, mekkora lehet a Doppler effektus okozta frekvenciahiba a 900 MHz-es sávban operáló GSM rendszerben, ha a telefonáló jár-kei, vagy autóban utazik!

Megoldás:

A Doppler effektus azt jelenti, hogy a v sebességgel mozgó megfigyelő az f frekvenciájú jelet arányosan nagyobb vagy kisebb frekvenciájúnak érzékeli. Ha szembe haladunk a hullámfronttal, akkor 1 másodperc alatt nem f , hanem $f + v/\lambda = f \cdot (1 + v/c)$ hullámperiódussal találkozunk, ha menekülünk a hullámfront elől, akkor ennyi idő alatt csak $f - v/\lambda = f \cdot (1 - v/c)$ periódus ér utol minket.

Az emberi mozgások sebessége tipikusan néhány m/s . Számoljunk másféllal, így az elhangolódás $f \cdot v/c = 900 \cdot 10^6 \cdot 1.5 / (3 \cdot 10^8) = 4.5 \text{ Hz}$.

Az autó sebessége egy nagyságrenddel nagyobb. Ha 30 m/s -el számolunk (108 $km/óra$), akkor az 90 Hz eltolódást jelent. A jelenség annyiban azért szelídebb, hogy ez az eltolódás ritkán változik rövid időn belül.

Érdeemes megnézni, mekkora szögelfordulást okoz a QAM jel kétdimenziós szemábráján ez a frekvenciahiba időreseként. Ha a jelzési idő 10 μs (azaz a jelzési sebesség 100 kB/s), akkor a 90 Hz okozta fázishiba ennyi idő alatt $10 \cdot 10^{-6} \cdot 360 \cdot 90 = 0.324 \text{ fok}$. Ez a vándorlási sebesség jól követhető.

G.6.1. Gyakorló feladatok

A folytonos fázisú FSK jelek fontos tulajdonsága, hogy pusztán a nullátmenetek időpontjainak sorozata (a nullátmenetek helyzete) alapján (és a jelzőfrekvenciák ismeretében) pontosan meg lehet mondani, mikor változott a modulációs tartalom, mely időpillanatokban váltott a moduláló jel.

a) Mutassa meg Ön is, hogy így van!

b) A vett jel minden nullátmeneténél előállítunk egy keskeny, U amplitúdójú, Δ szélességű impulzust, majd a keletkezett $x(t)$ impulzussorozatból az

$$y(t) = \int_{t-T}^t x(\vartheta) d\vartheta \quad \text{jelet képezzük (} T \text{ ablakszélességű ablakintegrátor, egyféle}$$

aluláteresztő szűrő). Készítsen rajzot, rajzsorozatot, amely demonstrálja, hogy ez az eljárás tkp. egy demodulációs eljárás! (Számláló típusú, vajon miért?)

G.6.2. Gyakorló feladatok

Rajzolja fel a BPSK jel időfüggvényét, ha a vivőfrekvencia a jelzési frekvencia másfélszerese, és a moduláló jel amplitúdói rendre $+1, -1, -1, +1, +1$! Látható, hogy a modulált jel nullátmenetei szabályos rendben követik egymást, frekvenciájuk a vivőfrekvencia kétszerese. Gondolja át, függ-e ez a viszony a jelzési frekvenciától! Változik-e a nullátmenetek sűrűsége, ha a moduláló jel nem ideális NRZ jel, hanem a diszperzió miatt trapézosodik? Milyen hasznos célra lehet felhasználni ezt a jelenséget? És mi a helyzet a QPSK-val?

G.6.3. Gyakorló feladatok

Egy QPSK rendszerben az átvinni kívánt bitpárok és kvadratúracsatornák alapsávi moduláló jeleinek amplitúdói között a kapcsolat az alábbi:

bitpár	00	01	10	11
d_k	+1	-1	-1	+1
c_k	+1	+1	-1	-1

a) Rajzolja fel a rendszer konstellációs diagramját!

b) Mi lehetett a továbbítandó bitsorozat, ha a két csatornában megfigyelt mintapárok rendre $(1.5, -1), (-1, -1.5), (-1, -1.5), (1.5, -1)$?

c) Mekkora lehet a rendszer erősítés-, illetve fázishibája?

G.6.4. Gyakorló feladatok

Zajos vonalon, adott vivőfrekvenciával, adott sáv szélességben 4PSK rendszerű adatátvitelt folytatunk. Az adatátviteli sebesség növelése érdekében át akarunk állni 8PSK rendszerre. Milyen mértékben kell megnövelnünk az adóteljesítményt, hogy az áttérés ne járjon a hibavalószínűség számottevő növekedésével?

G.6.5. Gyakorló feladatok

Egy fix telepítésű adótól a mozgó vevőig két úton jut el a jel: az egyikben a késleltetés éppen T , a másikon, amelynek 12 dB -el nagyobb a csillapítása, a késleltetés $2T$ (T az alkalmazott jelzési sebesség). OOK modulációt feltételezve rajzolja fel a vett jelet, ha a moduláló amplitúdók sorozata $2, 2, 0, 2, 0, 0, 2$!

- Keletkezik-e szimbólumközi áthallás?
- Mi a hatása annak, hogy a vevő helyzete nem állandó (hanem lassan mozog)?
- Mi a hatása annak, ha a vevő gyorsan mozog?

G.6.6. Gyakorló feladatok

QAM rendszerekben tipikus, hogy a konstellációs diagram jelpontjai egy négyzetet határoznak meg. Ennek az a feltétele, hogy a jelpontok száma 2 páros hatványa legyen. Ha a jelpontok száma 2 páratlan hatványa, akkor kereszt alakú elrendezéseket szoktak választani, kihasználva, hogy

$$2^{2k+1} = 2^{2(k-1)} \cdot (3^2 - 1) = (2^{k-1} \cdot 3)^2 - 4 \cdot 2^{2(k-2)}, \quad k \geq 2$$

azaz a $3 \cdot 2^{k-1}$ élhosszúságú négyzetnek kicsípkedik a négy sarkát.

- Rajzolja fel a kereszt alakú konstellációs diagramot 32 jelpont esetére!
- Miért előnyösebb ez az elrendezés, mint egy 4×8 pontos?
- Hogyan lehetne számszerűsíteni a különbséget?