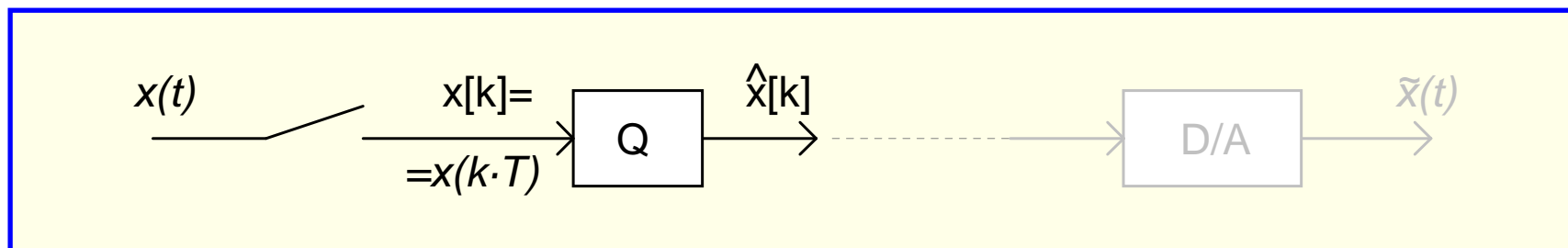


# 2. gyakorlat

## Mintavételezés, kvantálás



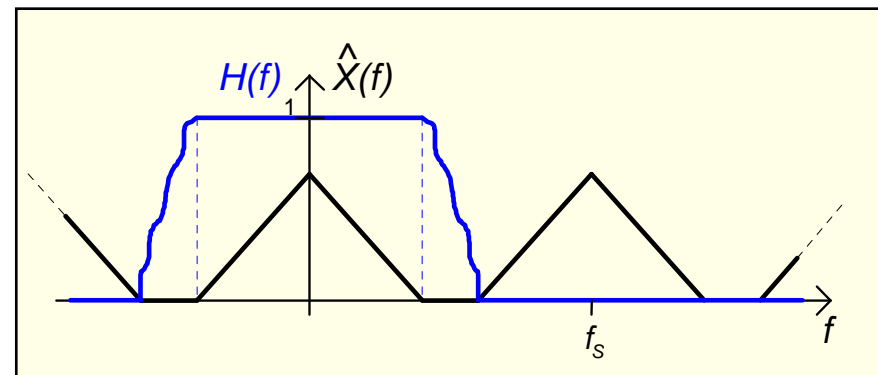
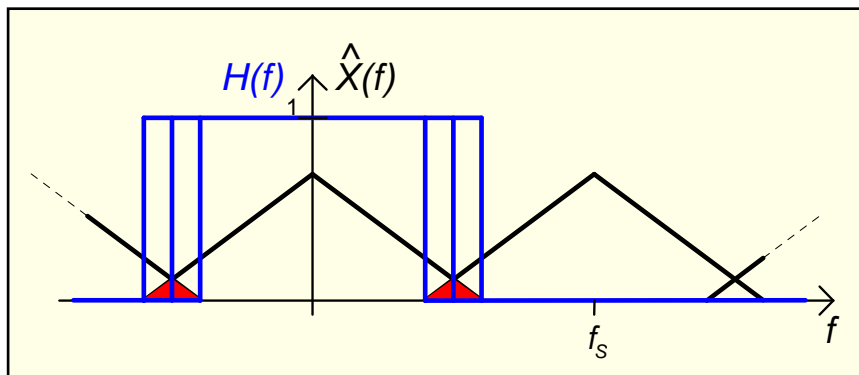
		idő	
		FOLYTONOS	DISZKRÉT
ampl.	FOLYTONOS	<p>ANALÓG</p>	<p>MINTAVÉTELEZETT</p>
	DISZKRÉT	<p>KVANTÁLT</p>	<p>DIGITÁLIS</p>

# Jelek visszaállítása egyenközű mintáinak sorozatából

$$x_k = x(k \cdot T) \xrightarrow{?} x(t)$$

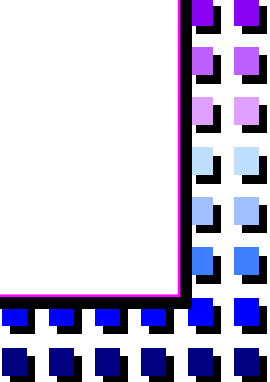
$$\tilde{x}(t) = T \cdot \sum_k x_k \cdot h(t - k \cdot T)$$

$$\tilde{X}(f) = H(f) \cdot \sum_k X(f - k \cdot f_s) = H(f) \cdot \hat{X}(f)$$





# A visszaállítás jellegzetes hibái

- Aliasing
  - Szivárgás
  - Lineáris torzítás
  - Kvantálási zaj
- 

# Aliasing és szivárgás

- $f_s = 8000 \text{ Hz}$

- $H(f) =$

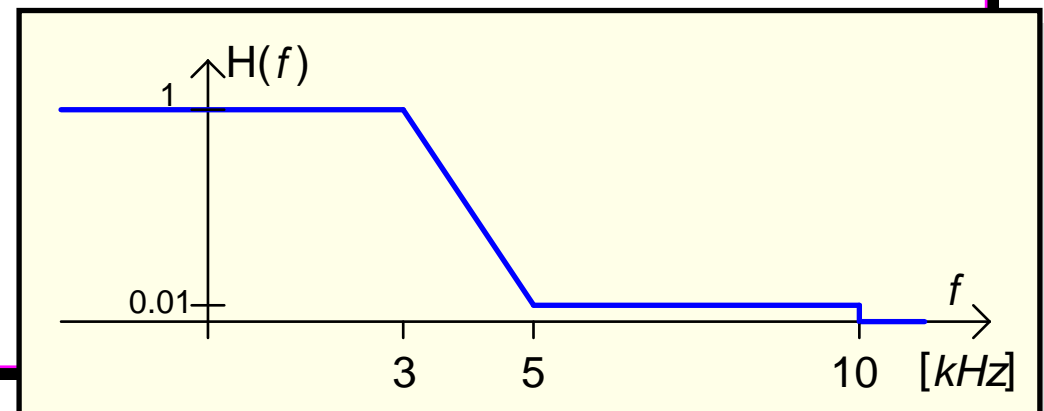
$$H_{A/D}(f) = H_{D/A}(f) = \begin{cases} 1 & , \text{ if } |f| \leq 3 \text{ [kHz]} \\ 2.5 - \left| \frac{f}{2} \right| & , \text{ if } 3 < |f| \leq 5 \text{ [kHz]} \\ 0.01 & , \text{ if } 5 < |f| \leq 10 \text{ [kHz]} \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

- IN: 2 V, 1 kHz

- OUT: ? (tudjuk, hogy a szivárgó komponensektől eltekintve amplitúdó-helyes)

- IN: 2 V, 4.5 kHz

- OUT: ?



# Jel-zaj viszony, kvantálási zaj

- Becsüljük meg a jel teljesítményét ( $S$ ) és a minták ábrázolásához szükséges kódszók méretét ( $n$ ), úgy, hogy a mintánkénti (egyenletes) kvantálásból származó kvantálási zaj teljesítménye  $N$ , a jel-zaj viszony pedig  $\rho$  legyen!

- Előadásról: 
$$\frac{S}{N} = \frac{3}{2} \cdot 2^{2 \cdot n}$$

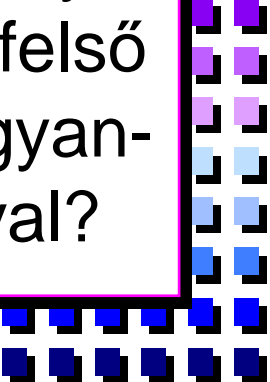
- Mire számíthatunk, ha a kódszók hosszát 1 bittel csökkentjük?

# A mintavételi frekvencia megválasztása

- Egy  $50\ \Omega$  ellenálláson mért feszültség (azaz egy valós értékű, stacionárius jel) spektrális sűrűségfüggvénye (**SSF**) a pozitív frekvenciák tartományában általában zérus, kivéve a  $0..3$  és  $7..8\ \text{kHz}$ -es sávot, ahol viszont ugyanaz az állandó. A jel teljesítménye  $0.2\ \text{mW}$ .
  - » Hogyan viselkedik a jel **SSF**-e a negatív frekvenciákon?
  - » Határozzuk meg a jel **SSF**-ét!
  - » Milyen frekvenciával kell ebből a jelből mintákat venni ahhoz, hogy e mintáiból a jel tökéletesen visszaállítható legyen?
    - Határozzuk meg az összes ilyen szóbjöhethető frekvenciát!
    - Adjuk meg a visszaállításhoz alkalmazandó szűrő(ke)t is!



# Nem alapsávi jel mintavételezése, túlmintavételezés

- Egy valós értékű jel csak a 19 *kHz* és a 25 *kHz* közötti sávon belül tartalmaz komponenseket. E jelet digitalizáljuk, hogy egy digitális jelfeldolgozó processzorral műveleteket végezzünk rajta; utána a jelet mintáiból visszaállítjuk.
    - » Mi az a legkisebb mintavételi frekvencia ( $f_s$ ), aminél még biztosítható a jel tökéletes visszaállítása?
    - » Hány *dB*-el javul a visszaállítás utáni jel-zaj viszony, ha az imént meghatározott minimális  $f_s$  helyett a felső határfrekvencia kétszeresével veszünk mintát, ugyanazon kvantáló és visszaállító szűrő alkalmazásával?
- 

# A kvantálási zaj spektr. viselkedése

$$s_{\xi}(f) = \begin{cases} 6 \cdot s_0 \cdot \left(1 - \frac{|f|}{12 \cdot B}\right), & \text{ha } 8 \cdot B < |f| < 10 \cdot B \\ 0, & \text{ha } |f| < 8 \cdot B \text{ vagy } 10 \cdot B < |f| \end{cases}$$

- A gyengén stacionárius,  $s_{\xi}(f)$  sűrűségfüggvényű  $x(t)$  jelet A/D átalakítóval digitalizáljuk, hibamentes digitális csatornán továbbítjuk, majd D/A átalakítóval visszaalakítjuk.
  - » (a) Mekkora lehet az a minimális  $f_s$ , amely elvileg tökéletes jelvisszaállítást eredményez, ha a D/A átalakítót követő szűrő tetszőlegesen választható határfrekvenciájú aluláteresztő?
  - » (b) Mekkora lehet az a minimális  $f_s$ , amely elvileg tökéletes jelvisszaállítást eredményez, ha a D/A átalakítót követő szűrő tetszőlegesen megválasztható? Rajzoljuk fel ezen szűrő átviteli függvényét!
  - » Azonos (felbontású) átalakítókat alkalmazva az (a) vagy a (b) esetben lesz jobb a jel-zaj viszony a visszaállított jelben?
  - » Milyen jel-zaj viszony változásra számíthatunk akkor, ha az (a) feladatban meghatározott sűrűségű jelmintákból a (b) feladatban meghatározott szűrővel állítjuk vissza a jelet?



# Gyakorló feladat

- Egy PCM rendszer ( $f_s=8 \text{ kHz}$ ) be- és kimeneti szűrője a zárótartományban  $40 \text{ dB}$  csillapítású. A rendszer a  $0.3..3.4 \text{ kHz}$  átviteli sávban lényegében tökéletes, alakhű átvitelt biztosít; így a bemenetére adott  $2 \text{ V}$  amplitúdójú  $1.8 \text{ kHz}$  frekvenciájú szinuszos jel hatására a kimenő jel  $1.8 \text{ kHz}$ -es összetevője pontosan  $2 \text{ V}$  amplitúdójú lesz.
  - » Mekkora amplitúdójú *ekkor* a kimenő jel  $6.2 \text{ kHz}$  frekvenciájú összetevője?
  - » Milyen frekvenciájú összetevői vannak *még* a kimenő jelnek?
  - » Milyen frekvenciájú komponensek jelen(het)nek meg a kimeneten, ha a bemenő jel amplitúdóját soká növeljük?

# Gyakorló feladat

- Zenei jelünket  $8\text{ kHz}$  határfrekvenciájú (**HF**) ideális LP szűrővel szűrjük, és ezt követően  $20\text{ kHz}$  frekvenciával mintavételezzük. A mintákat hibamentes digitális csatornán továbbítjuk, majd  $20\text{ kHz}$  frekvenciával adjuk egy olyan D/A átalakító bemenetére, aminek a kimeneti szűrője  $4\text{ kHz}$  **HF**-jú ideális LP.
  - » Ekvivalens-e e rendszer kimenete azzal a megvalósításával, amiben a be- és kimeneti szűrő is  $4\text{ kHz}$  **HF**-jú ideális LP,  $f_s$  pedig a ki- és bemeneti oldalon egyaránt  $10\text{ kHz}$ ?
- Miért célszerű a minél nagyobb  $f_s$  alkalmazása?

# Nemlineáris kvantálás

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & , \text{ if } |x| < 1 \\ \frac{1}{12} & , \text{ if } 1 < |x| < 3 \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

- Egy  $\xi$  stacionárius jel mintáinak sűrűségfüggvénye  $f_{\xi}(x)$ . Az alkalmazott A/D átalakító 6 bites kódszókat képez.
  - » Mekkora lesz a kvantálási zajminták teljesítménye (négyzetes középértéke), ha a kódszók egyenletes osztású jelértékeket jelentenek a  $(-3..+3)$  tartományban?
  - » Mekkora lesz a kvantálási zaj-teljesítmény akkor, ha a kódszók közel felét a  $(-1..+1)$  tartománybeli értékek megjelenítésére használjuk?